MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE (UFS)

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS (CCSA)

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS – (DCC/UFS)

Espelho de prova escrita para concurso de professor efetivo – Edital nº 008/2026

Matérias de Ensino: Contabilidade

Disciplinas: Contabilidade Societária; Contabilidade Gerencial; Noções de Atuária.

Tema Sorteado: Probabilidade aplicada à Atuária

Este espelho apresenta uma resposta dissertativa de referência sobre probabilidade aplicada à Ciência Atuarial, com fundamentação matemática, aplicações em seguros e previdência, articulação com as Ciências Contábeis e critérios de avaliação. Seu objetivo é apoiar a preparação e a apreciação de uma prova de magistério superior, considerando domínio conceitual, rigor matemático, interpretação profissional e capacidade crítica.

A probabilidade constitui a base da modelagem atuarial porque permite relacionar eventos incertos a consequências financeiras. Sua aplicação exige combinar hipóteses matemáticas, evidências empíricas e conhecimento dos contratos, distinguindo estimativas de perdas, necessidades de capital e critérios contábeis de reconhecimento e mensuração.

O barema da prova escrita totaliza 100 pontos, distribuídos em domínio do assunto relacionado estritamente ao tema da prova (60 pontos), estruturação coerente do texto (15 pontos), clareza e precisão da linguagem (15 pontos) e capacidade de síntese (10 pontos), conforme o art. 19, § 1º, e o formulário referido no § 2º, constante do Anexo I da Resolução nº 6/2019/CONSU da Universidade Federal de Sergipe. A aplicação observa também o edital e os atos específicos do certame.

1 Resposta dissertativa de referência

1.1 Introdução

A teoria da probabilidade constitui um dos fundamentos matemáticos da Ciência Atuarial, pois permite representar fenômenos incertos, quantificar riscos e fundamentar decisões relacionadas a obrigações financeiras futuras. Sua aplicação é particularmente relevante nos seguros, nos regimes de previdência, na saúde suplementar e na gestão de riscos, áreas nas quais os resultados econômicos dependem de eventos aleatórios, como morte, sobrevivência, ocorrência de doenças, frequência de sinistros e variações na magnitude das perdas.

A atividade atuarial transforma informações demográficas, financeiras e securitárias em modelos quantitativos que subsidiam a precificação, a constituição de estimativas de obrigações e a avaliação da solvência. Para tanto, utiliza distribuições de probabilidade, valores esperados, medidas de dispersão e modelos de sobrevivência, reconhecendo que os resultados dependem tanto das hipóteses adotadas quanto da qualidade dos dados empregados (Bowers et al., 1997; Klugman; Panjer; Willmot, 2012).

Defende-se, portanto, que a probabilidade não representa apenas um instrumento de cálculo, mas uma estrutura analítica essencial para compreender a incerteza atuarial, mensurar exposições ao risco e produzir

informações relevantes para a tomada de decisão e a evidenciação contábil. O desenvolvimento do tema deve demonstrar como os fundamentos probabilísticos se convertem em modelos de perdas, benefícios, contribuições e compromissos futuros, sem desconsiderar os limites das hipóteses utilizadas.

1.2 Fundamentos matemáticos da probabilidade

Experimentos aleatórios e espaço amostral

Um experimento aleatório é um processo cujo resultado individual não pode ser conhecido com certeza antes de sua realização, ainda que se conheçam os resultados possíveis. Em uma carteira de seguros, por exemplo, observar se uma apólice individual registra sinistro durante o ano produz dois resultados: ocorrência ou ausência. Em uma empresa, o número de produtos vendidos que demandarão reparo em garantia também é uma variável incerta. A descrição do experimento deve identificar o período e a unidade de observação (Morettin; Bussab, 2017; Ross, 2019).

O espaço amostral, indicado por Ω neste espelho, reúne todos os resultados possíveis da representação escolhida. Para o indicador anual de uma apólice, Ω = {sinistro, ausência de sinistro}; para a contagem de sinistros, um modelo pode adotar Ω = {0, 1, 2, …}. O mesmo problema pode ser descrito em diferentes níveis de detalhe, desde que o espaço escolhido represente a questão examinada.

Eventos e suas operações

Um evento é um conjunto de resultados mensurável pertencente à coleção de eventos F. Um evento elementar é formado por um único resultado, quando esse conjunto for mensurável; o evento certo é Ω, e o impossível é o conjunto vazio ∅. Um evento ocorre quando o resultado observado pertence a esse conjunto. Em um espaço amostral finito com n elementos, quando todos os subconjuntos são considerados eventos, existem 2^n eventos distintos (Morettin; Bussab, 2017).

A união A ∪ B ocorre quando A ou B, ou ambos, ocorrem; a interseção A ∩ B exige a ocorrência conjunta. Eventos mutuamente excludentes têm interseção vazia. O complementar A^c reúne os resultados de Ω que não pertencem a A. Mutuamente excludentes e independentes são conceitos distintos: se A e B são disjuntos e ambos têm probabilidade positiva, não são independentes.

Das regras de probabilidade decorrem P(∅) = 0, $P(A^c) = 1 - P(A)$ e, quando A está contido em B, P(A) ≤ P(B). Para quaisquer eventos A e B:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Se A e B são mutuamente excludentes, a interseção tem probabilidade zero e a fórmula se reduz à soma das probabilidades. Essas relações são úteis, por exemplo, para analisar uma apólice que pode apresentar sinistro de colisão, de roubo ou de ambos no mesmo período. Contar separadamente as duas categorias sem deduzir a interseção superestimaria o percentual de apólices com ao menos uma ocorrência (Morettin; Bussab, 2017).

Distribuição empírica e espaço equiprovável

A distribuição empírica atribui a cada resultado observado sua frequência relativa: se um resultado ocorreu n_i vezes entre n observações, sua frequência é n_i/n. As frequências são não negativas e somam um. Elas descrevem a amostra observada; sua utilização como estimativa de probabilidades futuras requer avaliar representatividade, estabilidade e exposição. Diferentemente disso, em um espaço finito equiprovável, cada um dos n resultados tem probabilidade 1/n por hipótese ou justificativa do modelo.

Somente no caso equiprovável, a probabilidade de um evento é a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}.$$

Por exemplo, suponha que uma auditoria selecione aleatoriamente uma entre dez apólices, cada uma com a mesma chance, e que quatro apresentem uma pendência documental. A probabilidade de selecionar uma apólice com pendência é 4/10 = 40%. O resultado depende da seleção equiprovável; se as chances forem diferentes, deve-se somar as probabilidades das apólices favoráveis (Morettin; Bussab, 2017).

Probabilidade condicional e teorema de Bayes

A probabilidade condicional P(A | B) mede a probabilidade de A diante da ocorrência de B e requer P(B) > 0. Ter B não vazio, isoladamente, não assegura probabilidade positiva. Em um espaço finito equiprovável, a razão pode ser expressa por |A ∩ B|/|B|, desde que B não seja vazio. A independência é caracterizada por P(A ∩ B) = P(A)P(B); quando P(B) > 0, essa condição equivale a P(A | B) = P(A).

Se A_1, …, A_n formam uma partição do espaço, cada $P(A_i) > 0$ e P(B) > 0, a lei da probabilidade total e o teorema de Bayes estabelecem:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P\,(B \mid A_i)P(A_i), \qquad P(A_i \mid B) = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P\,(B \mid A_j)P(A_j)}.$$

A expressão permite atualizar a participação de um grupo de risco após observar um evento, combinando sua frequência anterior com a probabilidade do evento em cada grupo. No contexto empresarial, o resultado auxilia a investigação de perfis de sinistralidade, desde que as probabilidades estimadas e a classificação das exposições sejam justificadas (Ross, 2019; Morettin; Bussab, 2017).

Considere um espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, em que Ω representa o espaço amostral, $\mathcal{F}$ corresponde à coleção de eventos mensuráveis e P é a medida de probabilidade. Essa medida satisfaz os axiomas de não negatividade, normalização e aditividade enumerável:

$$P(A) \geq 0, \qquad P(\Omega) = 1.$$

Para uma sequência de eventos dois a dois disjuntos $A_1, A_2, \ldots$:

$$P\left(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j\right) = \sum_{j=1}^{\infty} P\,(A_j).$$

Esses princípios permitem atribuir probabilidades coerentes a eventos incertos e estabelecer relações matemáticas para a modelagem de riscos. Sua aplicação exige que a definição dos eventos e das probabilidades seja compatível com a exposição ao risco e com as características da população analisada (Ross, 2019).

A probabilidade condicional de um evento A, dado um evento B, com $P(B) > 0$, é definida por:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Dois eventos são independentes quando:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Na prática atuarial, independência é uma hipótese de modelagem que precisa ser examinada. Sinistros decorrentes de uma mesma catástrofe podem apresentar dependência, comprometendo estimativas construídas

sob a suposição de ocorrências independentes. Para famílias de variáveis aleatórias, independência conjunta é uma condição mais forte do que independência apenas dois a dois.

O teorema de Bayes permite atualizar probabilidades diante de novas informações:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)}.$$

Essas ferramentas são úteis para atualizar estimativas quando se conhecem características dos segurados, histórico de sinistros, idade, exposição e outras variáveis relevantes. A abordagem bayesiana combina informação anterior e evidência observada, oferecendo uma estrutura para incorporar a experiência de uma carteira à avaliação de seus riscos.

Uma variável aleatória X associa valores numéricos aos resultados de um experimento. Para $E(|X|) < \infty$, sua esperança é:

$$E(X) = \sum_{x} x\, P(X = x)$$

no caso discreto, ou

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_X(x)\, dx$$

no caso contínuo com densidade f_X. Para segundo momento finito:

$$\mathrm{Var}(X) = E\left[\big(X - E(X)\big)^2\right] = E(X^2) - [E(X)]^2.$$

Enquanto a esperança quantifica o resultado médio teórico, a variância mede a dispersão em torno desse valor. Duas carteiras podem apresentar a mesma perda esperada, mas diferentes volatilidades e necessidades de capital. Por isso, a avaliação atuarial deve examinar conjuntamente tendência central, dispersão e comportamento das perdas extremas.

1.2.1 Mutualismo e Lei dos Grandes Números

A Lei dos Grandes Números e as condições de convergência da média amostral fundamentam a passagem de observações individuais para estimativas agregadas. Em aplicações atuariais, a independência e as condições sobre momentos devem ser avaliadas à luz do fenômeno e do desenho amostral (Wooldridge, 2023; Morettin; Bussab, 2017).

A Lei dos Grandes Números fornece fundamento probabilístico ao mutualismo. Para perdas $X_1, \ldots, X_n$ independentes e identicamente distribuídas, com esperança finita μ:

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j \xrightarrow{P} \mu.$$

A perda média converge em probabilidade para a perda esperada à medida que aumenta o número de exposições. Sob variância finita σ^2:

$$\mathrm{Var}\big(\overline{X}_n\big) = \frac{\sigma^2}{n}.$$

A ampliação da carteira reduz, nessas condições, a variabilidade da perda média, mas não reduz a perda total esperada, igual a $n\mu$, nem elimina riscos compartilhados por toda a carteira. A estabilidade relativa do conjunto deve ser distinguida da possibilidade de perdas agregadas elevadas.

1.2.2 Teorema Central do Limite

Para variáveis independentes e identicamente distribuídas, com $0 < \sigma^2 < \infty$, o Teorema Central do Limite estabelece:

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} X_j - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1).$$

Esse resultado fundamenta aproximações normais para determinadas somas de perdas. Sua utilização exige cautela diante de forte assimetria, caudas pesadas, dependência e quantidade insuficiente de exposições. A validade assintótica não assegura, isoladamente, boa aproximação das probabilidades de perdas extremas em uma carteira concreta. A adequação deve ser avaliada no intervalo de probabilidades relevante para a decisão (Ross, 2019).

1.3 Distribuições de probabilidade e aplicações atuariais

A escolha da distribuição depende da natureza do fenômeno, das características dos dados e das hipóteses de modelagem. É essencial distinguir a frequência de sinistros da severidade, isto é, do valor monetário de cada ocorrência. Essa separação permite representar o processo gerador das perdas e construir a distribuição do custo agregado.

Quadro 01: Distribuições de probabilidade e aplicações atuariais

Distribuição	Aplicação atuarial ilustrativa	Hipótese ou característica
Bernoulli	Indicador de ocorrência de sinistro	Dois resultados possíveis
Binomial	Número de exposições com ocorrência do evento	Quantidade fixa de ensaios independentes e probabilidade comum
Poisson	Quantidade de sinistros em determinada exposição	Média e variância iguais
Binomial negativa	Frequência com sobredispersão	Variância superior à média
Exponencial	Tempos de espera ou severidades positivas	Taxa de risco constante e falta de memória
Gama	Severidades positivas e assimétricas	Flexibilidade de forma e escala
Lognormal	Severidades com assimetria à direita	Valores positivos e momentos positivos finitos
Pareto	Perdas de cauda pesada	Existência dos momentos depende dos parâmetros
Normal	Aproximação de determinadas somas de perdas	Simetria e condições que justifiquem a aproximação

Fonte: elaboração própria, com base em Klugman, Panjer e Willmot (2012), Morettin e Bussab (2017) e Ross (2019). A escolha da distribuição deve ser validada conforme os dados e as hipóteses da aplicação.

A distribuição binomial pode representar o número de exposições em que ocorre um sinistro, quando existem n ensaios independentes e probabilidade constante p:

$$N \sim \text{Binomial}(n, p), \qquad E(N) = np, \qquad \text{Var}(N) = np(1-p).$$

Se cada ensaio corresponde a uma apólice, a variável representa o número de apólices com ocorrência do evento considerado. O número total de sinistros exige outro tratamento quando uma mesma apólice pode registrar múltiplas ocorrências.

A distribuição de Poisson constitui uma alternativa para modelar frequências:

$$P(N = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}, \qquad k = 0,1,2, \ldots,$$

em que $\lambda > 0$ representa a quantidade média esperada de ocorrências na exposição considerada. Nesse caso:

$$E(N) = \mathrm{Var}(N) = \lambda.$$

A igualdade entre média e variância pode ser inadequada em carteiras com heterogeneidade ou sobredispersão. Modelos como a binomial negativa podem representar melhor essas situações. Comparações de frequência também precisam considerar diferenças na exposição, como quantidade de segurados e duração da cobertura.

Na modelagem de severidades, gama, lognormal e Pareto permitem representar diferentes padrões de assimetria e perdas elevadas. Na Pareto do tipo I, com parâmetro de forma a e escala positiva, a esperança é finita apenas para $a > 1$ e a variância é finita apenas para $a > 2$. Essa propriedade mostra que a escolha da distribuição influencia a existência dos momentos e a validade de aproximações que dependem deles.

A adequação do modelo deve ser avaliada empiricamente, e não presumida pela conveniência matemática. Análise gráfica, testes de aderência, diagnóstico dos resíduos e validação devem considerar o comportamento da cauda. Um ajuste satisfatório na região central dos dados pode coexistir com representação inadequada das perdas extremas, relevantes para decisões sobre capital e resseguro (Klugman; Panjer; Willmot, 2012).

1.4 Perdas agregadas e mensuração do risco

1.4.1 Modelo coletivo e decomposição da variância

Em um modelo coletivo de risco, a perda agregada pode ser representada por:

$$S = \sum_{j=1}^{N} X_j,$$

adotando-se $S = 0$ quando $N = 0$. Nessa expressão, N representa o número de sinistros e X_j corresponde ao valor do j-ésimo sinistro.

Admita-se que as severidades sejam independentes entre si, identicamente distribuídas e independentes de N, com esperança μ_X e variância finita σ_X^2, e que N possua primeiro e segundo momentos finitos. Condicionalmente a $N = n$:

$$E(S \mid N = n) = n\mu_X, \qquad \mathrm{Var}(S \mid N = n) = n\sigma_X^2.$$

Pela lei da esperança total:

$$E(S) = E[E(S \mid N)] = E(N)\mu_X.$$

Pela lei da variância total:

$$\mathrm{Var}(S) = E[\mathrm{Var}(S \mid N)] + \mathrm{Var}[E(S \mid N)].$$

Substituindo-se as expressões condicionais:

$$\mathrm{Var}(S) = E(N)\sigma_X^2 + \mathrm{Var}(N)\mu_X^2.$$

O primeiro termo representa a contribuição da variabilidade das severidades; o segundo, a contribuição da variabilidade da frequência. Essa decomposição evidencia por que uma mesma perda média pode estar associada a diferentes níveis de risco.

No caso particular de frequência de Poisson, obtém-se:

$$E(S) = \lambda E(X), \qquad \mathrm{Var}(S) = \lambda E(X^2).$$

Esses resultados dependem das hipóteses enunciadas. Quando frequência e severidade são dependentes ou as perdas compartilham fatores comuns, a estrutura do modelo precisa representar essas relações. Para uma soma de n perdas com segundos momentos finitos:

$$\mathrm{Var}\left(\sum_{j=1}^{n} X_j\right) = \sum_{j=1}^{n} \mathrm{Var}\left(X_j\right) + 2\sum_{j<k} \mathrm{Cov}\left(X_j, X_k\right).$$

Covariâncias positivas elevam a variabilidade agregada e podem reduzir os benefícios da diversificação. Uma carteira numerosa, portanto, não assegura estabilidade na presença de riscos comuns relevantes (Klugman; Panjer; Willmot, 2012).

1.4.2 Precificação e carregamentos

A perda esperada pode fundamentar o cálculo de prêmios puros em modelos apropriados. Para uma exposição e um período definidos, um princípio ilustrativo de precificação é:

$$\pi = (1+\theta)E(S), \qquad \theta \geq 0,$$

em que θ representa um carregamento de segurança. A expressão não constitui fórmula universal de prêmio comercial, cuja determinação pode envolver despesas, tributos, resseguro, custo de capital, condições contratuais e critérios regulatórios pertinentes.

A precificação deve considerar a distribuição das perdas e a capacidade de absorver desvios adversos. Cobrar apenas a perda esperada não assegura recursos suficientes para todos os resultados possíveis, especialmente em carteiras pequenas ou expostas a riscos de cauda (Dickson, 2017).

1.4.3 Medidas de risco de cauda

Para uma variável de perda S, o valor em risco de nível α é definido por:

$$\mathrm{VaR}_\alpha(S) = \inf\{s: F_S(s) \geq \alpha\}, \qquad 0 < \alpha < 1.$$

O VaR identifica um quantil da distribuição, mas não descreve a magnitude das perdas que o ultrapassam. Para uma perda integrável, o Expected Shortfall pode ser definido por:

$$\mathrm{ES}_\alpha(S) = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 \mathrm{VaR}_u\,(S)\,du.$$

Essa definição contempla distribuições com massas de probabilidade. Sua identificação com uma esperança condicional acima do VaR exige condições adicionais. O ES corretamente definido apresenta propriedades de coerência, incluindo subaditividade, enquanto o VaR não é subaditivo em geral (Acerbi; Tasche, 2002).

Essas medidas complementam a perda esperada quando se examinam eventos extremos e a capacidade financeira de absorver perdas. O nível de confiança, o horizonte e os limites do modelo devem acompanhar a interpretação dos resultados.

1.4.4 Solvência e probabilidade de ruína

A relação entre perdas, prêmios e capital pode ser ilustrada pelo processo clássico de excedente:

$$U(t) = u + ct - \sum_{j=1}^{N(t)} X_j,$$

em que $u \geq 0$ é o capital inicial, $c > 0$ é a receita de prêmios por unidade de tempo e $N(t)$ é um processo de Poisson de intensidade λ, independente das severidades, no modelo clássico. A probabilidade de ruína em horizonte infinito é:

$$\psi(u) = P(U(t) < 0 \text{ para algum } t \geq 0).$$

Mesmo quando $c > \lambda E(X)$, condição de carregamento positivo no modelo, a possibilidade de ruína não é automaticamente eliminada. A quantidade, a magnitude e o momento dos sinistros permanecem aleatórios. A teoria do risco permite, assim, relacionar precificação, capital inicial e sustentabilidade da operação (Dickson, 2017).

1.5 Aplicações à mortalidade à sobrevivência e à previdência

1.5.1 Funções biométricas e força de mortalidade

A modelagem biométrica é central nos seguros de vida e nos planos previdenciários. Seja T_x o tempo de vida futuro de uma pessoa com idade exata x. A função de sobrevivência é:

$$S_x(t) = P(T_x > t) = {}_tp_x.$$

Consequentemente:

$${}_tq_x = P(T_x \leq t) = 1 - {}_tp_x.$$

Sob continuidade e diferenciabilidade apropriadas, a densidade é:

$$f_{T_x}(t) = -S_x{}'(t).$$

A força de mortalidade, para $S_x(t) > 0$, é:

$$\mu_{x+t} = \frac{f_{T_x}(t)}{S_x(t)} = -\frac{d}{dt}\ln S_x(t).$$

Dessa relação decorre:

$${}_tp_x = \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+s}\, ds\right).$$

A força de mortalidade representa uma intensidade instantânea condicionada à sobrevivência; ela não se confunde com a probabilidade de morte em um intervalo. A probabilidade de morte entre t e $t+u$, condicionada à sobrevivência até t, é:

$$P(t < T_x \leq t + u \mid T_x > t) = 1 - \frac{S_x(t+u)}{S_x(t)}.$$

Na notação biométrica, essa probabilidade pode ser representada por ${}_{u}q_{x+t}$, desde que as funções por idade sejam consistentes com a base biométrica adotada. Tábuas de período e de coorte devem ser utilizadas segundo suas hipóteses, especialmente quando há projeções de melhoria da mortalidade.

As tábuas de mortalidade organizam probabilidades e funções por idade e subsidiam a estimação de benefícios, contribuições e compromissos futuros. Sua aplicação exige examinar a compatibilidade entre a população de referência e a população coberta, além das hipóteses de evolução da mortalidade (Bowers et al., 1997).

1.5.2 Seguro temporário por morte

O valor presente do seguro depende conjuntamente da probabilidade de morte no período e do desconto do benefício. Souza (2019) desenvolve limites para valores atuariais de seguros e anuidades quando a informação de mortalidade é incompleta, demonstrando a importância de reconhecer a incerteza biométrica.

Considere um benefício de valor B, pago ao final do ano de morte, caso o falecimento ocorra nos próximos n anos. Sob taxa efetiva anual constante $i > -1$, define-se:

$$v = \frac{1}{1+i}.$$

Para distinguir o fator atuarial unitário do valor monetário, adota-se:

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \; {}_{k}p_x \, q_{x+k}.$$

O valor presente atuarial esperado do benefício é:

$$VPA(B) = B\, A^{1}_{x:\overline{n}|}.$$

Cada parcela combina desconto financeiro, sobrevivência até o início do ano e morte durante o ano seguinte. A expressão pressupõe capital segurado constante e ausência de outros fluxos ou condições. O resultado representa uma esperança de valor presente, e não garantia de que o custo efetivo será igual ao calculado. A experiência real poderá divergir das premissas adotadas.

1.5.3 Rendas vitalícias e risco de longevidade

A estimação de rendas vitalícias pressupõe atenção à sobrevivência e à representatividade das tábuas biométricas. No contexto brasileiro, Oliveira et al. (2023) apresentam as tábuas BR-EMS 2021 do mercado segurador; sua escolha exige compatibilidade com a população e a cobertura analisadas. Souza (2019) examina limites atuariais para rendas diante de informações incompletas.

Para uma renda vitalícia antecipada unitária, com pagamentos anuais enquanto o participante estiver vivo:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \; {}_{k}p_x,$$

desde que a série seja convergente. Para um benefício anual constante R:

$$VPA(R) = R\ddot{a}_x.$$

Mantidas as demais condições, maior sobrevivência esperada aumenta o valor presente dos pagamentos vitalícios. Essa relação evidencia o risco de longevidade, relevante para previdência e rendas. A sobrevivência

individual incerta deve ser distinguida de uma melhoria sistemática da longevidade da população coberta, que pode afetar simultaneamente grande parte dos participantes.

1.5.4 Princípio da equivalência e reservas matemáticas

Sob o princípio da equivalência, em uma avaliação líquida de despesas e carregamentos, o valor presente esperado dos prêmios iguala o valor presente esperado dos benefícios. Para o seguro temporário considerado, com prêmio anual antecipado P, pago enquanto o segurado estiver vivo e durante, no máximo, n anos:

$$P\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = BA^{1}_{x:\overline{n}|},$$

em que:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k}\ {}_{k}p_{x}.$$

Logo:

$$P = \frac{BA^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}.$$

A igualdade refere-se a valores esperados sob uma mesma base de avaliação. Ela não garante equilíbrio financeiro em cada trajetória observada, nem inclui automaticamente despesas, lucro ou margem de segurança.

A reserva matemática prospectiva corresponde à diferença entre os valores presentes esperados dos benefícios futuros e dos prêmios futuros, condicionados à situação do contrato na data de avaliação e à convenção temporal adotada. Para o mesmo seguro, na duração inteira $t < n$, imediatamente antes do prêmio devido nessa data e condicionada à sobrevivência:

$${}_{t}V = BA^{1}_{x+t:\overline{n-t}|} - P\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|}.$$

A expressão considera os pagamentos futuros previstos e a base técnica adotada. Mudanças nas premissas, nas condições do contrato ou no instante de avaliação alteram o resultado. Essa reserva líquida não deve ser equiparada automaticamente a um passivo contábil ou regulatório.

Essas relações demonstram que probabilidade biométrica e desconto financeiro são componentes indissociáveis da avaliação atuarial. Sua interpretação depende das hipóteses de mortalidade, juros, benefícios, contribuições e demais condições incorporadas ao modelo (Bowers et al., 1997).

1.6 Exemplo numérico de frequência de sinistros

Considere uma carteira hipotética em que o número anual de sinistros N siga uma distribuição de Poisson com média de quatro sinistros por ano. Admita, para simplificar, severidade fixa de R$ 2.000,00 por sinistro. A perda agregada anual é:

$$S = 2.000N.$$

Como $E(N) = 4$, a perda agregada esperada é:

$$E(S) = 2.000 \times 4 = 8.000.$$

Portanto, a perda esperada anual é de **R$ 8.000,00**. A probabilidade de não ocorrer nenhum sinistro é:

$$P(N = 0) = \frac{e^{-4}4^0}{0!} = e^{-4} \approx 0{,}0183.$$

A probabilidade de a carteira não registrar sinistros no ano é, assim, aproximadamente **1,83%**.

A variância da perda agregada é:

$$\mathrm{Var}(S) = (2.000)^2 \mathrm{Var}(N) = 4.000.000 \times 4 = 16.000.000.$$

O desvio-padrão é:

$$\sigma_S = \sqrt{16.000.000} = 4.000.$$

Logo, o desvio-padrão é de R$ 4.000,00, enquanto a variância é expressa em unidade monetária ao quadrado. O coeficiente de variação é:

$$CV(S) = \frac{\sigma_S}{E(S)} = \frac{4.000}{8.000} = 0{,}50.$$

O desvio-padrão corresponde a 50% da perda esperada, evidenciando variabilidade expressiva em relação à média. A perda esperada não deve ser interpretada como limite máximo de desembolso nem como prêmio comercial suficiente por si só.

Como a severidade foi considerada fixa, toda a variabilidade decorre da quantidade de sinistros. Se as severidades fossem aleatórias, independentes entre si e de N, com a mesma média de R$ 2.000,00 e variância finita, surgiria a parcela adicional $E(N)\mathrm{Var}(X)$ na variância agregada.

O modelo não considera inflação, dependência, despesas, tributos ou alterações na exposição. Em uma aplicação real, tais fatores precisariam ser investigados e incorporados conforme sua relevância. O exemplo mostra como frequência, perda média e dispersão oferecem informações complementares para a decisão atuarial.

1.6.1 Eventos e probabilidade condicional em carteira empresarial

Considere 100 apólices observadas em um ano. Adote A como o evento de ocorrência de colisão e B como o evento de roubo: 12 apólices registraram ambos; 8, apenas colisão; 18, apenas roubo; e 62, nenhum dos dois. A distribuição empírica totaliza 100 apólices e, se uma delas for selecionada com igual chance, as frequências tornam-se as probabilidades de seleção nessa carteira.

Assim, P(A) = 20/100 = 20%, P(B) = 30/100 = 30% e P(A ∩ B) = 12/100 = 12%. A probabilidade de pelo menos um dos dois eventos é 20% + 30% − 12% = 38%; seu complementar, ausência de ambos, é 62%. Como P(A)P(B) = 6%, valor diferente de P(A ∩ B) = 12%, os eventos não são independentes nessa distribuição empírica.

Entre as apólices com roubo, a frequência de colisão é P(A | B) = 12/30 = 40%. Entre as apólices com colisão, a frequência de roubo é P(B | A) = 12/20 = 60%; este último resultado também é obtido pela regra de Bayes. A associação observada sugere investigação de fatores comuns, sem demonstrar causalidade nem assegurar que os percentuais permanecerão constantes em exercícios futuros. Fonte: elaboração própria a partir dos conceitos de Morettin e Bussab (2017) e Ross (2019).

1.6.2 Provisão para garantia de produtos

Uma indústria vende 1.000 produtos com garantia que gera obrigação presente. Suponha que as informações disponíveis indiquem que 75% não demandarão reparo, 20% demandarão reparo de R$ 100,00 e 5%

demandarão reparo de R$ 400,00. Admite-se, para a ilustração, que esses valores expressem o custo total por unidade em cada cenário, que as condições para reconhecimento estejam satisfeitas e que o efeito do valor do dinheiro no tempo seja imaterial.

O custo esperado por produto é: 0,75 × R$ 0,00 + 0,20 × R$ 100,00 + 0,05 × R$ 400,00 = R$ 40,00. Para 1.000 produtos, a melhor estimativa ilustrativa do desembolso é R$ 40.000,00. Nessa hipótese e na ausência de provisão anterior, o lançamento é: débito em despesa com garantia de produtos, R$ 40.000,00; crédito em provisão para garantias, R$ 40.000,00.

No pagamento de um reparo de R$ 100,00 coberto pela provisão, exemplifica-se: débito em provisão para garantias, R$ 100,00; crédito em caixa ou fornecedores, R$ 100,00, conforme a forma de liquidação. A provisão deve ser reavaliada em cada data de balanço. O exemplo atende aos critérios hipotéticos e ilustra os itens 14, 36, 39 e 59 do CPC 25 / NBC TG 25 (R2); a média probabilística, por si só, não substitui os requisitos de reconhecimento nem outros ajustes exigidos pela norma (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2009; Conselho Federal de Contabilidade, 2017).

1.6.3 Seguro de vida e valor presente atuarial

Uma seguradora oferece capital de R$ 100.000,00, pagável ao fim de um ano se ocorrer morte do segurado durante o período. Suponha probabilidade anual de morte de 1% e taxa efetiva anual de 5%. O valor presente atuarial esperado do benefício é R$ 100.000,00 × 0,01 / 1,05 = R$ 952,38. Esse valor é um prêmio único puro ilustrativo sob o princípio da equivalência para o benefício indicado, sem despesas, tributos, risco adicional ou outros fluxos.

Para uma carteira hipotética de 1.000 contratos com as mesmas premissas, a esperança agregada correspondente aos benefícios é R$ 952.380,95. A variável biométrica, a data do desembolso e o desconto influenciam a estimativa; o pagamento efetivo de cada contrato será zero ou R$ 100.000,00. Na contabilidade, não se pode identificar diretamente esse valor com o passivo mensurado sob CPC 50 / NBC TG 50, pois o modelo aplicável considera o conjunto dos fluxos relevantes, os ajustes exigidos e as condições do grupo. A formulação de limites em cenários de dados incompletos sobre mortalidade é discutida por Souza (2019).

1.6.4 Renda temporária e longevidade

Um plano prevê três pagamentos antecipados de R$ 1.000,00: imediatamente, ao final do primeiro ano e ao final do segundo ano, apenas enquanto o participante estiver vivo nas respectivas datas. Suponha probabilidades de sobrevivência de 98% até um ano e 96,04% até dois anos, taxa efetiva anual de 5% e ausência de outras saídas. O valor presente atuarial é R$ 1.000,00 × [1 + 0,98/1,05 + 0,9604/(1,05²)] = R$ 2.804,44.

O cálculo associa a probabilidade de cada pagamento ao seu momento e não inclui despesas ou outros benefícios. Mudanças nas hipóteses de sobrevivência ou na taxa de desconto alteram a estimativa. A escolha da tábua deve considerar a população coberta e as características do benefício; a pesquisa de Oliveira et al. (2023) apresenta a experiência de mortalidade de segurados brasileiros, enquanto Souza (2019) examina limites para anuidades com informações biométricas incompletas.

Quando uma empregadora ou patrocinadora tiver obrigação de benefício a empregados abrangida pelo CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2), probabilidades de sobrevivência e valores presentes como os do exemplo anterior podem integrar a avaliação atuarial; a mensuração contábil exige também a atribuição por período de serviço e a consideração de ativos do plano, quando aplicável.

1.7 Integração com as Ciências Contábeis

A probabilidade também é relevante para a elaboração de estimativas contábeis, a mensuração de obrigações e a análise dos riscos que afetam a posição patrimonial e financeira das entidades. Sua utilização deve observar o alcance e os requisitos do pronunciamento aplicável.

O CPC 25 e sua norma equivalente, a NBC TG 25 (R2), tratam de provisões, passivos contingentes e ativos contingentes. O item 14 de ambos os textos estabelece condições cumulativas para reconhecer uma provisão: obrigação presente decorrente de evento passado, saída provável de recursos que incorporam benefícios econômicos e possibilidade de estimativa confiável. A probabilidade não substitui os demais critérios de reconhecimento (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2009; Conselho Federal de Contabilidade, 2017).

Na mensuração prevista no CPC 25 e na NBC TG 25 (R2), o item 36 exige a melhor estimativa do desembolso necessário para liquidar a obrigação presente na data do balanço. Quando a obrigação envolve uma grande população de itens, o item 39 prevê a ponderação dos desfechos pelas probabilidades associadas. Para uma obrigação individual, o item 40 requer considerar os demais resultados possíveis, além do desfecho mais provável. Assim, não se deve aplicar mecanicamente uma mesma regra de cálculo a todas as provisões (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2009; Conselho Federal de Contabilidade, 2017).

O CPC 50 e sua norma equivalente, a NBC TG 50, disciplinam o reconhecimento, a mensuração, a apresentação e a divulgação dos contratos de seguro abrangidos por seu alcance. No modelo geral, o item 32 contempla fluxos de caixa de cumprimento e margem contratual de seguro. Os fluxos de cumprimento incluem estimativas futuras, ajuste pelo valor do dinheiro no tempo e pelos riscos financeiros pertinentes e ajuste pelo risco não financeiro. O item 33(a) explicita o emprego de uma média ponderada por probabilidades na estimativa dos fluxos futuros, observadas as regras específicas e as simplificações admitidas (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2021; Conselho Federal de Contabilidade, 2021).

Valor esperado atuarial, reserva matemática, provisão técnica regulatória, provisão contábil e passivo de contrato de seguro não são expressões equivalentes. Cada conceito possui finalidade, critérios de mensuração e enquadramento próprios. A integração entre modelos atuariais e contabilidade exige respeito às normas pertinentes e transparência quanto às premissas, aos métodos e às incertezas.

A referência conjunta identifica o pronunciamento emitido pelo CPC e a correspondente Norma Brasileira de Contabilidade editada pelo CFC, sem duplicar obrigações ou tratar os documentos como bases de mensuração concorrentes. Neste espelho, as correspondências adotadas são CPC 25 / NBC TG 25 (R2), correlacionados à IAS 37, e CPC 50 / NBC TG 50, correlacionados à IFRS 17. As disposições devem ser lidas com suas alterações incorporadas e conforme o alcance de cada norma.

Às correspondências anteriores acrescenta-se o CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2), correlacionado à IAS 19. Os exemplos previdenciários devem ser analisados conforme os direitos e as obrigações da entidade que reporta e o alcance de cada norma (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2012; Conselho Federal de Contabilidade, 2015).

A qualidade das estimativas depende da governança dos dados, da validação dos modelos, da documentação das hipóteses e da divulgação das incertezas materiais. A articulação contábil complementa o tema, mantendo-se o núcleo da discussão na modelagem probabilística dos riscos atuariais.

1.7.1 Benefícios a empregados e probabilidade atuarial

O CPC 33 (R1) e a NBC TG 33 (R2), correlacionados à IAS 19, tratam da contabilização dos benefícios a empregados nas demonstrações da entidade empregadora ou patrocinadora. Seu alcance compreende benefícios de curto prazo, benefícios pós-emprego, outros benefícios de longo prazo e benefícios rescisórios,

observadas as exclusões previstas, inclusive para pagamentos baseados em ações. As demonstrações do próprio plano de benefícios têm enquadramento distinto. A norma relaciona a obrigação ao serviço prestado e às condições que dão origem ao direito ao benefício (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2012; Conselho Federal de Contabilidade, 2015, itens 1 a 5).

Nos planos de contribuição definida, a obrigação da empregadora é, em essência, contribuir com os valores estabelecidos, sem obrigação legal ou construtiva de aportar valores adicionais se o plano não dispuser de ativos suficientes para todos os benefícios correspondentes. Os riscos atuarial e de investimento recaem, em regra, sobre o empregado. A entidade reconhece a contribuição devida pelo serviço prestado, conforme os itens 50 e 51; obrigações de longo prazo podem exigir desconto nos termos do item 52. A classificação decorre da substância das obrigações e não apenas da denominação contratual.

Nos planos de benefício definido, a obrigação pode exigir que a entidade suporte riscos atuariais e de investimento. A mensuração envolve projetar benefícios atribuíveis aos serviços prestados, utilizar premissas atuariais e descontar os valores esperados. A probabilidade de mortalidade, sobrevivência, invalidez, rotatividade, aposentadoria antecipada e opção de pagamento pode afetar tanto a ocorrência quanto o prazo dos desembolsos. Premissas financeiras incluem, entre outras, a taxa de desconto e a evolução de salários e custos médicos. As premissas devem ser não enviesadas e mutuamente compatíveis (itens 55 a 57 e 75 a 82 do CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2)).

A aplicação das probabilidades biométricas deve distinguir o risco de longevidade, relevante em rendas vitalícias e assistência médica pós-emprego, do risco de mortalidade em benefícios por morte. Uma melhoria esperada na sobrevivência pode ampliar o período de pagamentos de uma renda; o efeito sobre outras coberturas depende dos termos e das probabilidades pertinentes. A tábua escolhida deve ser compatível com a população e com o benefício avaliado (Oliveira et al., 2023; Souza, 2019).

1.7.2 Método atuarial e mensuração da obrigação

O item 67 do CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2) determina o uso do método de crédito unitário projetado para mensurar a obrigação de benefício definido, o custo do serviço corrente e, quando aplicável, o custo do serviço passado. O método considera cada período de serviço como gerador de uma unidade adicional de direito e mensura essas unidades levando em conta o benefício projetado, sua atribuição aos períodos de serviço e as premissas pertinentes. As regras de atribuição dos itens 70 a 74 devem ser examinadas conforme o desenho do plano.

O valor presente da obrigação de benefício definido é comparado com o valor justo dos ativos do plano para determinar seu déficit ou superávit. O passivo ou ativo líquido também considera, quando aplicável, o efeito do teto de ativo sobre um superávit. Os ativos do plano devem atender à definição normativa; não basta identificar qualquer recurso da patrocinadora como ativo do plano (itens 57, 63, 64 e 113 a 115).

O item 83 exige que a taxa de desconto reflita rendimentos de mercado de títulos ou obrigações corporativas de alta qualidade na data do balanço. Para moeda sem mercado ativo desses títulos, utilizam-se rendimentos de mercado de títulos públicos nessa moeda, respeitando-se a correspondência entre moeda e prazo das obrigações. Não se deve supor que uma taxa hipotética de 5% é automaticamente a taxa exigida para qualquer entidade ou data. O item 84 distingue o valor do dinheiro no tempo dos riscos atuariais e do risco de crédito específico da entidade (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2012; Conselho Federal de Contabilidade, 2015).

1.7.3 Componentes reconhecidos e divulgação

Conforme o item 120, o custo do serviço e os juros líquidos são reconhecidos no resultado, exceto quando outra norma exigir ou permitir a inclusão no custo de um ativo. As remensurações do passivo ou ativo líquido de benefício definido são reconhecidas em outros resultados abrangentes. Elas incluem ganhos e perdas atuariais, retorno dos ativos do plano excluído dos juros líquidos e alterações no efeito do teto de ativo excluídas desses juros. As remensurações reconhecidas em outros resultados abrangentes não são reclassificadas posteriormente para o resultado; a norma admite transferência dentro do patrimônio líquido (itens 120, 122, 127 e 128).

Ganhos e perdas atuariais resultam de ajustes pela experiência ou de mudanças nas premissas que afetam a obrigação, como revisão de mortalidade, rotatividade, salários ou taxa de desconto. A alteração do próprio plano pode produzir custo de serviço passado, que tem tratamento específico e não deve ser automaticamente classificado como remensuração. As divulgações dos itens 135 a 152 contemplam, entre outros aspectos, características dos planos, riscos, reconciliações e análise de sensibilidade das premissas atuariais significativas.

1.7.4 Exemplo atuarial de benefício definido

Uma empresa promete benefício único de R$ 100.000,00 após cinco anos de serviço total, com pagamento previsto para cinco anos após a data de avaliação. O empregado já prestou dois anos e deverá prestar mais três anos; uma vez completados os cinco anos de serviço, o benefício não aumenta com serviço adicional. Para este exemplo simplificado, admite-se que o benefício seja atribuído uniformemente aos cinco anos, que a probabilidade conjunta de elegibilidade e sobrevivência para o pagamento seja de 90%, e que a taxa anual apropriada à data de avaliação seja de 5%, constante em todos os fluxos. Não se supõem aumentos salariais, contribuições do empregado ou pagamentos alternativos.

O valor presente esperado do benefício integral projetado é R$ 100.000,00 × 0,90 / (1,05)⁵ = R$ 70.517,35. A parcela atribuída aos dois anos já prestados é 2/5 desse valor: R$ 28.206,94. A unidade correspondente a um dos cinco anos de serviço é 1/5 do valor projetado, ou R$ 14.103,47, mensurada sob as premissas e a data utilizadas no exemplo. O custo do serviço corrente efetivo de um período requer as premissas e a atribuição aplicáveis a esse período, nos termos dos itens 67 a 74 e 122A.

A probabilidade de 90% representa, nesta hipótese, a elegibilidade e sobrevivência conjuntamente, evitando-se contá-las duas vezes. Em um caso real, devem ser considerados o regulamento do plano, a atribuição do benefício, a estrutura de saída dos participantes e as premissas exigidas. O cálculo apresentado é uma ilustração do raciocínio atuarial e não substitui uma avaliação completa da obrigação ou do passivo líquido.

1.7.5 Exemplo contábil de movimentação do passivo líquido

Em cenário independente do exemplo anterior, suponha que a patrocinadora apresente, no início do exercício, obrigação de benefício definido de R$ 1.000.000,00 e ativos elegíveis do plano a valor justo de R$ 800.000,00, resultando em passivo líquido de R$ 200.000,00. Não há efeito de teto de ativo, contribuição pendente, alteração ou liquidação do plano. Admita taxa anual inicial de 5%, ausência de benefícios pagos durante o exercício e ausência de mudanças relevantes de prazo para o cálculo de juros.

O custo do serviço corrente é R$ 50.000,00. Os juros líquidos são 5% sobre o passivo líquido inicial de R$ 200.000,00, ou R$ 10.000,00. A empresa contribui com R$ 40.000,00 ao plano e, no encerramento, há perda atuarial de R$ 20.000,00 decorrente de revisão de premissas, sem outras remensurações. Assim, o passivo líquido final é R$ 200.000,00 + R$ 50.000,00 + R$ 10.000,00 − R$ 40.000,00 + R$ 20.000,00 = R$ 240.000,00.

A reconciliação também pode ser observada pelos componentes: a obrigação passa a R$ 1.120.000,00 (R$ 1.000.000,00 + R$ 50.000,00 de serviço + R$ 50.000,00 de juros + R$ 20.000,00 de perda atuarial); os ativos chegam a R$ 880.000,00 (R$ 800.000,00 + R$ 40.000,00 de juros + R$ 40.000,00 de contribuição). A diferença é R$ 240.000,00. Pressupõe-se, para simplificar, que o retorno efetivo dos ativos coincida com o juro de R$ 40.000,00, sem remensuração adicional.

Para ilustrar os lançamentos pela visão líquida, sem efeitos tributários ou custos capitalizáveis: (a) débito em despesa de serviço e crédito em passivo líquido, R$ 50.000,00; (b) débito em despesa financeira e crédito em passivo líquido, R$ 10.000,00; (c) débito em passivo líquido e crédito em caixa, R$ 40.000,00 pela contribuição; e (d) débito em outros resultados abrangentes, em componente do patrimônio líquido, e crédito em passivo líquido, R$ 20.000,00 pela remensuração. O efeito no resultado é uma despesa total de R$ 60.000,00; a perda atuarial de R$ 20.000,00 compõe outros resultados abrangentes, respeitados os itens 120 a 122 e 127 a 128.

1.7.6 Distinção de alcance entre as normas

A avaliação de uma obrigação deve começar pela identificação de sua natureza e da entidade que reporta. O CPC 25 / NBC TG 25 (R2) trata de provisões e contingências em seu alcance, incluindo a melhor estimativa e, para uma grande população de itens, a ponderação dos possíveis desfechos. O próprio item 5(d) exclui benefícios a empregados do seu alcance quando tratados pela NBC TG 33. A referência à norma de seguro anterior que ainda aparece no exemplar histórico da NBC TG 25 deve ser lida considerando a NBC TG 50 e a identificação do alcance atual dos contratos, sem concluir que toda provisão de uma seguradora se enquadre na norma de seguros.

O CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2) trata dos benefícios a empregados pela empregadora ou patrocinadora; a NBC TG 50 / CPC 50 trata dos contratos abrangidos por seu alcance, como determinados contratos de seguro emitidos e resseguro mantido, observadas exclusões e regras específicas. Contratos de seguro detidos por uma empresa como titular de apólice, salvo as exceções pertinentes, não são automaticamente contabilizados por ela sob o CPC 50. O valor presente atuarial pode ser um insumo comum, mas o objeto, as regras de reconhecimento e os componentes de mensuração diferem entre os pronunciamentos (Comitê de Pronunciamentos Contábeis, 2009, 2012, 2021; Conselho Federal de Contabilidade, 2015, 2017, 2021).

1.8 Limitações e desafios contemporâneos

Os modelos probabilísticos não eliminam a incerteza: eles a representam sob determinadas hipóteses. Eventos extremos, mudanças estruturais, dependência entre exposições e insuficiência de dados podem comprometer a adequação de modelos tradicionais.

É necessário distinguir a aleatoriedade inerente aos fenômenos, a incerteza dos parâmetros estimados e a incerteza decorrente da escolha ou especificação do modelo. Essas fontes demandam procedimentos complementares, como análise de sensibilidade, testes de aderência, validação independente, simulação de Monte Carlo e avaliação de cenários adversos.

A simulação de Monte Carlo permite aproximar distribuições e medidas de risco em problemas complexos. Aumentar o número de simulações pode reduzir o erro numérico de simulação, mas não elimina erros de especificação, parâmetros inadequados ou deficiências dos dados de entrada. A precisão computacional deve ser distinguida da validade do modelo.

Em carteiras com riscos correlacionados, a diversificação pode ser inferior à esperada sob independência. A expansão da carteira tampouco elimina fatores comuns, como pandemias, catástrofes e mudanças persistentes

na longevidade. A extrapolação histórica pode ser inadequada quando mudanças demográficas, econômicas, ambientais ou institucionais alteram o processo gerador do risco.

A seleção da distribuição também afeta resultados de precificação e capital, especialmente quando os dados disponíveis não representam adequadamente a cauda. Modelos distintos podem apresentar ajuste semelhante na região central e produzir estimativas diferentes para eventos raros, exigindo análise de sensibilidade à especificação (Klugman; Panjer; Willmot, 2012).

O julgamento atuarial deve, portanto, combinar fundamentos probabilísticos, evidência empírica, avaliação crítica das premissas e conhecimento do contexto institucional. Documentação e revisão periódica das hipóteses são necessárias para que os resultados permaneçam úteis à decisão.

1.9 Conclusão

A teoria da probabilidade fornece a base quantitativa para a mensuração dos riscos e das obrigações futuras na Ciência Atuarial. Por meio das distribuições de probabilidade, da esperança matemática, das medidas de dispersão, dos modelos de perdas agregadas e das funções de sobrevivência, é possível construir estimativas que subsidiam a precificação de seguros, a avaliação de compromissos previdenciários e a gestão de solvência.

A Lei dos Grandes Números fundamenta a estabilização da perda média sob condições apropriadas, enquanto o Teorema Central do Limite oferece suporte a determinadas aproximações. A dependência entre exposições e o comportamento das caudas, entretanto, estabelecem limites à diversificação e exigem análise das perdas extremas.

A integração entre probabilidades biométricas e desconto financeiro permite avaliar benefícios, contribuições e reservas matemáticas. Esses resultados dependem das premissas de mortalidade, longevidade, juros e condições contratuais, razão pela qual devem ser interpretados como estimativas condicionadas a uma base de avaliação.

No âmbito das Ciências Contábeis, a interpretação deve respeitar os critérios normativos de reconhecimento, mensuração e divulgação, sem confundir estimativas matemáticas com valores automaticamente reconhecíveis. A utilidade dos modelos depende da adequação das hipóteses, da qualidade dos dados e do reconhecimento de suas limitações.

Conclui-se que o domínio da probabilidade aplicada à Ciência Atuarial exige integração entre rigor matemático, conhecimento técnico, pensamento crítico e responsabilidade profissional. Essa articulação transforma a modelagem probabilística em instrumento de avaliação do risco e de suporte à sustentabilidade econômica e financeira das organizações.

2 Referências bibliográficas

ACERBI, Carlo; TASCHE, Dirk. On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, v. 26, n. 7, p. 1487–1503, 2002. DOI: 10.1016/S0378-4266(02)00283-2.

BOWERS, Newton L., Jr.; GERBER, Hans U.; HICKMAN, James C.; JONES, Donald A.; NESBITT, Cecil J. *Actuarial mathematics*. 2. ed. Schaumburg, IL: Society of Actuaries, 1997.

COMITÊ DE PRONUNCIAMENTOS CONTÁBEIS. *Pronunciamento Técnico CPC 25: provisões, passivos contingentes e ativos contingentes*. Brasília, DF: CPC, 2009. Disponível em: https://conteudo.cvm.gov.br/export/sites/cvm/menu/regulados/normascontabeis/cpc/CPC_25_rev_12.pdf. Acesso em: 26 out. 2026.

COMITÊ DE PRONUNCIAMENTOS CONTÁBEIS. Pronunciamento Técnico CPC 33 (R1): benefícios a empregados. Brasília, DF: CPC, 2012. Texto com revisões. Disponível em: https://www.cpc.org.br/Arquivos/Documentos/350_CPC_33_R1_rev%2013.pdf. Acesso em: 26 out. 2026.

COMITÊ DE PRONUNCIAMENTOS CONTÁBEIS. *Pronunciamento Técnico CPC 50: contratos de seguro*. Brasília, DF: CPC, 2021. Disponível em: https://www.cpc.org.br/Arquivos/Documentos/604_CPC_50.pdf. Acesso em: 26 out. 2026.

CONSELHO FEDERAL DE CONTABILIDADE. Norma Brasileira de Contabilidade NBC TG 25 (R2), de 24 de novembro de 2017. Provisões, passivos contingentes e ativos contingentes. Brasília, DF: CFC, 2017. Publicada no Diário Oficial da União em 22 dez. 2017. Texto e alterações disponíveis no Sistema de Resoluções e Ementas do CFC: https://www2.cfc.org.br/sisweb/sre/detalhes_sre.aspx?Codigo=2017/NBCTG25(R2)&arquivo=NBCTG25(R2).doc. Acesso em: 26 out. 2026.

CONSELHO FEDERAL DE CONTABILIDADE. Norma Brasileira de Contabilidade NBC TG 33 (R2), de 23 de outubro de 2015: benefícios a empregados. Brasília, DF: CFC, 2015. Publicada no Diário Oficial da União em 6 nov. 2015. Disponível em: https://www1.cfc.org.br/sisweb/sre/detalhes_sre.aspx?Codigo=2015/NBCTG33(R2). Acesso em: 26 out. 2026.

CONSELHO FEDERAL DE CONTABILIDADE. Norma Brasileira de Contabilidade NBC TG 50, de 19 de agosto de 2021. Contratos de seguro. Brasília, DF: CFC, 2021. Publicada no Diário Oficial da União em 2 set. 2021. Texto e alterações disponíveis no Sistema de Resoluções e Ementas do CFC: https://www2.cfc.org.br/sisweb/sre/detalhes_sre.aspx?Codigo=2021/NBCTG50&arquivo=NBCTG50.doc. Acesso em: 26 out. 2026.

DICKSON, David C. M. *Insurance risk and ruin*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.

KLUGMAN, Stuart A.; PANJER, Harry H.; WILLMOT, Gordon E. *Loss models: from data to decisions*. 4. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2012.

MORETTIN, Pedro A.; BUSSAB, Wilton de O. Estatística básica. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

OLIVEIRA, Mario de et al. Tábuas de mortalidade BR-EMS 2021 do mercado segurador brasileiro. Revista Brasileira de Estudos de População, v. 40, e0252, p. 1–24, 2023. DOI: https://doi.org/10.20947/S0102-3098a0252.

ROSS, Sheldon M. *A first course in probability*. 10. ed. Boston: Pearson, 2019.

SOUZA, Filipe Costa de. Limites superior e inferior para anuidades e seguros de vida a partir de dados incompletos sobre mortalidade. Revista Contabilidade & Finanças, São Paulo, v. 30, n. 80, p. 282–291, 2019. DOI: https://doi.org/10.1590/1808-057x201807320.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE. Conselho Universitário. Resolução nº 6/2019/CONSU, de 26 de abril de 2019. Aprova alterações nas normas que regulamentam os concursos públicos de provas e títulos para o provimento das categorias funcionais da carreira do Magistério Federal. São Cristóvão, SE: UFS, 2019. Art. 19, §§ 1º e 2º, art. 23 e formulário de avaliação da prova escrita referido como Anexo I.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. Introdução à econometria: uma abordagem moderna. Tradução da 7. ed. norte-americana. São Paulo: Cengage Learning, 2023.

3 Barema de correção da prova escrita

O barema segue os quatro critérios e os limites de pontuação do art. 19, § 1º, da Resolução nº 6/2019/CONSU da UFS. As escalas abaixo do quadro 02 reproduzem os valores constantes do formulário de avaliação da prova escrita, referido no § 2º como Anexo I (Universidade Federal de Sergipe, 2019).

Quadro 02: Barema de correção da prova escrita

Critério	Teto	Pontos relativos aos conceitos de análise	Nota atribuída
1 Domínio do assunto relacionado estritamente ao tema da prova	60	60 • 50 • 40 • 30 • 20 • 10 • 0	
2 Estruturação coerente do texto	15	15 • 12 • 9 • 6 • 4 • 2 • 0	
3 Clareza e precisão da linguagem	15	15 • 12 • 9 • 6 • 4 • 2 • 0	
4 Capacidade de síntese	10	10 • 8 • 6 • 4 • 2 • 1 • 0	
Total	100		

Fonte: Universidade Federal de Sergipe (2019), art. 19, §§ 1º e 2º, e formulário de avaliação da prova escrita. Os critérios e as escalas são normativos; os indicadores temáticos descritos a seguir constituem orientação para leitura deste espelho, sem criar pesos adicionais ou substituir o julgamento fundamentado da Comissão Examinadora.

3.1 Indicadores de domínio do assunto

No critério de 60 pontos, avalia-se a correção, a pertinência e a profundidade da abordagem de probabilidade aplicada à Atuária. Constituem evidências de domínio: definição das variáveis e dos eventos; probabilidade condicional e independência; esperança e variância; escolha das distribuições; diferenciação entre frequência e severidade; construção das perdas agregadas; sobrevivência e mortalidade; integração entre probabilidades biométricas e desconto financeiro; e interpretação dos modelos de precificação, reservas e solvência.

A demonstração de resultados selecionados, a consistência do exemplo numérico e a análise das hipóteses e limitações qualificam esse domínio. A articulação com CPC 25 / NBC TG 25 (R2) e CPC 50 / NBC TG 50 deve respeitar seus alcances e distinguir estimativas atuariais de valores contábeis. Esses conteúdos são avaliados conjuntamente dentro dos 60 pontos, sem notas autônomas para matemática, exemplo, referências ou integração contábil.

No exame da articulação contábil, também se considera a distinção entre o CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2), o CPC 25 / NBC TG 25 (R2) e o CPC 50 / NBC TG 50: identificação do sujeito que reporta, do alcance e do tratamento da obrigação e das remensurações.

3.2 Indicadores de estruturação coerente do texto

No critério de 15 pontos, observa-se a organização da dissertação em introdução, desenvolvimento e conclusão, com progressão entre fundamentos, modelos e aplicações. A organização do texto poderá ser demonstrada por diferentes sequências coerentes de fundamentos e aplicações. As relações apresentadas no espelho são exemplos de articulação pertinente e não constituem, isoladamente, exigências cumulativas para o reconhecimento de uma resposta tecnicamente consistente. A conclusão decorre dos argumentos desenvolvidos, sem inserir resultados incompatíveis com as hipóteses apresentadas.

3.3 Indicadores de clareza e precisão da linguagem

No critério de 15 pontos, avaliam-se a inteligibilidade da redação, a correção da linguagem, a definição dos símbolos e a precisão dos termos técnicos. São relevantes as distinções entre probabilidade e intensidade, média e limite máximo, frequência e severidade, reserva atuarial e passivo contábil. Equações e cálculos devem ser acompanhados de explicações que permitam compreender o que representam e em quais condições são utilizados. Citações pertinentes e corretamente identificadas contribuem para a precisão da exposição, sem constituir categoria autônoma de pontuação.

3.4 Indicadores de capacidade de síntese

No critério de 10 pontos, examina-se a capacidade de selecionar e integrar os conteúdos centrais, equilibrar fundamentos e aplicações e evitar repetições ou digressões. Síntese não significa omissão de hipóteses essenciais nem redução indevida da profundidade técnica.

4 Aplicação das escalas e apuração da nota

O formulário de avaliação da prova escrita, para domínio do assunto, os valores 60, 50, 40, 30, 20, 10 e 0; para estruturação e linguagem, 15, 12, 9, 6, 4, 2 e 0; e para síntese, 10, 8, 6, 4, 2, 1 e 0. A gradação reflete níveis de atendimento a cada critério. O anexo não fornece descrições textuais de cada conceito, razão pela qual não se atribuem rótulos oficiais a esses valores neste espelho.

Conforme o art. 19, § 2º, cada examinador avalia a prova de modo independente, preenchendo a ficha de avaliação. A nota individual resulta da soma dos quatro critérios, respeitados seus limites e as escalas do formulário. O art. 22 prevê a divulgação da pontuação atribuída por examinador e por critério.

O art. 23 estabelece que a nota da prova escrita corresponde à média aritmética das notas atribuídas pelos examinadores e determina a eliminação do candidato cuja média seja inferior a 70 pontos. A avaliação adota, portanto, a escala de 0 a 100 pontos e as regras de apuração previstas no documento normativo anexado (Universidade Federal de Sergipe, 2019).

5 Síntese técnica e orientações para utilização do espelho

O espelho articula os fundamentos da probabilidade com três relações centrais: frequência e severidade na formação das perdas agregadas; sobrevivência e desconto financeiro na avaliação de benefícios e contribuições; e diversificação, dependência e perdas extremas na análise da solvência. Essas relações representam possibilidades de abordagem do tema e devem ser consideradas conforme sua pertinência ao desenvolvimento apresentado pelo candidato.

A profundidade da resposta pode ser demonstrada pela capacidade de selecionar conceitos relevantes, aplicá-los com correção e interpretar seus resultados. A decomposição da variância agregada, a construção do valor presente atuarial e a aplicação do princípio da equivalência são exemplos de recursos que podem evidenciar domínio técnico. Não se exige, contudo, a reprodução literal do espelho nem a apresentação de todos esses conteúdos para reconhecer uma resposta tecnicamente consistente. Outras abordagens e formulações equivalentes devem ser consideradas quando forem corretas e pertinentes ao tema.

Considerando o tempo disponível e as condições de realização da prova, recomenda-se observar a progressão coerente entre fundamentos, modelos, aplicações e limitações, respeitada a abordagem escolhida pelo candidato. A qualidade da argumentação pode ser evidenciada pela identificação do fenômeno, pela definição das variáveis, pela explicitação das hipóteses e pela interpretação dos resultados e de sua utilidade profissional. A ausência de uma fórmula ou de um exemplo específico deve ser apreciada em conjunto com o desenvolvimento efetivamente apresentado, sem aplicação automática de descontos adicionais.

A articulação contábil deve complementar o desenvolvimento atuarial, respeitando o alcance do CPC 25 / NBC TG 25 (R2) e do CPC 50 / NBC TG 50 e as diferenças entre bases de mensuração. A qualidade acadêmica decorre da precisão conceitual e bibliográfica, da consistência matemática e da capacidade de relacionar os modelos às decisões que pretendem subsidiar. A apreciação deve observar os quatro critérios do barema de 100 pontos da Resolução nº 6/2019/CONSU, conforme o aspecto efetivamente avaliado.

O CPC 33 (R1) / NBC TG 33 (R2) complementa essa análise ao vincular as premissas atuariais aos benefícios a empregados, às obrigações da patrocinadora e às divulgações. Deve-se distinguir o custo reconhecido no resultado das remensurações apropriadas em outros resultados abrangentes, respeitadas as condições aplicáveis.

5.1 Convenções de notação

Quadro 03: Significados dos símbolos matemáticos

Símbolo	Significado
$E(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$	Esperança e variância da variável aleatória X
N e X_j	Frequência e severidade do sinistro de ordem j
S	Perda agregada na exposição considerada
T_x	Tempo de vida futuro na idade exata x
${}_tp_x$ e ${}_tq_x$	Probabilidades de sobrevivência e morte no intervalo de duração t
q_{x+k}	Probabilidade anual de morte condicionada à sobrevivência até a idade $x+k$
μ_{x+t}	Força de mortalidade na idade atingida $x+t$
v	Fator de desconto anual sob taxa constante
$A^1_{x:\overline{n}\vert}$	Fator atuarial de seguro temporário por morte com benefício unitário
$\ddot{a}_x$ e $\ddot{a}_{x:\overline{n}\vert}$	Fatores de rendas antecipadas vitalícia e temporária
${}_tV$	Reserva prospectiva na duração t, segundo a convenção definida
VaR_α e ES_α	Medidas de risco de cauda no nível α

O símbolo P representa a medida de probabilidade em expressões como $P(A)$ e, na seção de precificação de seguros de vida, o valor do prêmio anual. Os significados são definidos pelo contexto. As citações de Dickson correspondem uniformemente à segunda edição de 2017, e o fator atuarial unitário é distinguido do benefício monetário em todas as expressões de seguro.